

УДК 517 (07)

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ R-ФУНКЦІЙ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ НЕЛІНІЙНИХ КОЛИВАНЬ ФУНКЦІОНАЛЬНО ГРАДІЄНТНИХ ПОЛОГИХ ОБОЛОНОК З УРАХУВАННЯМ ТЕМПЕРАТУРНОГО СЕРЕДОВИЩА

Лідія Курпа, Тетяна Шматко

Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут» (Україна)

kurpalidia@gmail.com; ktv_ua@yahoo.com

Функціонально градієнтні матеріали (ФГМ) є одними з найбільш ефективних матеріалів при використанні за високих температур. ФГМ були розроблені як матеріали з високим термічним бар'єром для ядерних реакторів та космічних апаратів, але зараз вони широко використовуються в різних галузях промисловості. В останні два десятиліття з'явилася велика кількість статей, присвячених вивченню пластин та оболонок, виготовлених із ФГМ. Огляд основних досягнень у цій галузі можна знайти в публікаціях [1–3] та ін. Аналіз великої кількості публікацій показав, що практично немає досліджень пластин та оболонок складної геометричної форми з урахуванням температурного середовища. Ця проблема може бути досліджена шляхом застосування ефективного чисельно-аналітичного підходу на основі теорії R-функцій та варіаційних методів (RFM) [4].

Задачу сформульовано в рамках уточненої теорії першого порядку (теорії Тимошенка). Припустимо, що полого оболонку виготовлено зі суміші кераміки та металу. Залежність складових матеріалів від температури враховується за формулою [5]

$$P(T) = P_0 \left(P_{-1} T^{-1} + 1 + P_1 T + P_2 T^2 + P_3 T^3 \right),$$

де P_0, P_{-1}, P_2, P_3 – коефіцієнти, які мають конкретні значення для складових матеріалів. Припустимо, що температура змінюється лише за товщиною. Тоді температурне поле моделюється одновимірним рівнянням такого типу:

$$\frac{d}{dz} \left(k(z) \frac{dT}{dz} \right) = 0, \quad (1)$$

де $T = T_m$ при $z = -h/2$ і $T = T_c$ при $z = +h/2$. Ефективні властивості матеріалу $P(T, z)$, такі як модуль Юнга E , коефіцієнт Пуасона ν , густина ρ та коефіцієнт теплового розширення α , можуть бути виражені як [5]

$$P(T, z) = (P_c(T)V_c(z) + P_m(T)V_m(z)),$$

де V_c, V_m – керамічні та металеві об'ємні долі. Вони пов'язані як $V_c + V_m = 1$. Нижче наведено закон розподілу об'ємних часток металу та кераміки згідно з моделлю Войгта

$$V_c(z) = \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2}\right)^k, \quad V_m(z) = 1 - \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2}\right)^k.$$

Алгоритм розв'язання поставленої проблеми зведено до реалізації наступних етапів:

- розв'язування температурної задачі (1) з метою обчислення механічних характеристик $E(T, z), \nu(T, z), \rho(T, z), k(T, z), \alpha(T, z)$ та інших;
- розв'язання лінійної задачі про коливання ФГ оболонки методом RFM;
- зведення системи диференціальних рівнянь у частинних похідних до системи звичайних диференціальних рівнянь;
- розв'язання отриманої системи звичайних диференціальних рівнянь методом Рунге-Кутта.

В доповіді наведено низку тестових прикладів з метою перевірки вірогідності запропонованого підходу та створеного програмного комплексу. Розглянуто положі оболонки складної форми у плані, які виготовлено з різних ФГМ, за дії температурного поля.

1. *Alijani F., Bakhtiari-Nejad F., Amabili M.* Nonlinear vibrations of FGM rectangular plates in thermal environments // *Nonlinear Dynam.* – 2011. – **66**. – P. 251-270.
2. *Huang X.-L., Shen H.-S.* Nonlinear vibration and dynamic response of functionally graded plates in thermal environments // *Int. J. Solids Struct.* – 2004. – **41**, No. 9-10. – P. 2403-2427.
3. *Reddy J.N., Chin C.D.* Thermomechanical analysis of functionally graded cylinders and plates // *J. Therm. Stresses.* – 1998. – **21**, No. 6. – P. 593-626.
4. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наук. думка, 1982. – 552 с.
5. *Shen H.-S.* Functionally graded materials. Nonlinear analysis of plates and shells. – Boca Raton: CRC Press, 2009. – 268 p.

APPLICATION OF THE R-FUNCTIONS THEORY FOR THE INVESTIGATION OF NONLINEAR VIBRATIONS OF FUNCTIONALLY GRADIENT SHALLOW SHELLS IN THERMAL ENVIRONMEN

Geometrically nonlinear vibrations of FGM shallow shells of an arbitrary plan-form subjected to thermal environment are investigated with the use of R-functions theory and variational methods. Nonlinear first-order shear deformation of shallow shells is employed. Material properties are assumed to be temperature-dependent and varying along the thickness direction according to Voigt's law. The effect of the temperature rise, shell geometry, and constituent volume fraction index is examined. A comparison of the obtained results with the available ones is carried out for rectangular plates and shallow shells.